1. Bewijs dat voor ieder getal $n \geq 5$ geldt dat $n^2 < 2^n$
   Bewijs met volledige inductie.
   Bewijs voor $n = 5$

$$\begin{array}{ccc} 5^2 & < & 2^5 \\ 25 & < & 32 \end{array}$$

Stel, het klopt voor n, geld het dan voor $n + 1$?

$$\begin{array}{lcl} (n+1)^2 & ?< & 2^{n+1} \\ n^2 + 2n + 1 & ?< & 2^n \cdot 2 \\ n^2 & < & 2^n \\ \text{Dus :} & & \\ 2n+1 & ?< & 2^n \\ 2n+1 & ?\leq & n^2 \end{array}$$

Namelijk, als 2^n groter is dan n^2, en 2^n groter zou moeten zijn dan $2n+1$, dan zou $2n+1$ hooguit gelijk mogen zijn aan n^2, in elk geval nooit groter.

$$\begin{array}{lcl} 2n+1 & ?\leq & n^2 \\ 2n+1-n^2 & ?\leq & 0 \\ n^2 - 2n - 1 & ?\geq & 0 \\ (n-1)(n+1) & ?\geq & 0 \\ n & \geq & 5 \\ \text{Dus :}(n-1)(n+1) & \geq & 0 \end{array}$$

Dus het klopt voor $n+1$. Aangezien het ook klopt voor $n = 5$, geld het ook voor 6,7,8,9,etc, en dus voor alle $n \geq 5$

2.

$$\begin{array}{lcl} (1+i)^n + (1-i^n) & = & 0 \\ {}^n log((1+i)^n + (1-i)^n) & = & {}^n log(0) \\ {}^n log((1+i)^n) \cdot {}^n log((1-i)^n) & = & {}^n log(0) \\ (1+i)(1-i) & = & {}^n log(0) \\ 1 - i + i - i^2 & = & {}^n log(0) \\ 1 - i^2 & = & {}^n log(0) \\ 1 - -1 & = & {}^n log(0) \\ 1+1 & = & {}^n log(0) \\ 2 & = & {}^n log(0) \\ 2^n & = & 0 \end{array}$$

Dus dit kan nooit.

3.

4.

$$
\begin{aligned}
lim_{x\to 0} tanh(x) ln(x) &= lim_{x\to 0}\frac{sinh(x)}{cosh(x)} ln(x)\\
sinh(x) &= \frac{e^x - e^{-x}}{2}\\
cosh(x) &= \frac{e^x + e^{-x}}{2}\\
&= lim_{x\to 0}\frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} ln(x)\\
&= lim_{x\to 0}\frac{e^x - e^{-x}}{2}\frac{2}{e^x + e^{-x}} ln(x)\\
&= lim_{x\to 0}\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} ln(x)\\
&= lim_{x\to 0}\frac{e^0 - e^{-0}}{e^0 + e^{-0}} ln(x)\\
&= lim_{x\to 0}\frac{1-1}{1+1} ln(x)\\
&= lim_{x\to 0}\frac{0}{2} ln(x)\\
&= 0 ln(x)\\
lim_{x\to 0} tanh(x) ln(x) &= 0
\end{aligned}
$$

Kasper Loopstra s1629816, Calculus midtoets

5. Bepaal het minimum voor $g(x) = x^x$ met $x < 0 < \infty$.
(1,1)
Voor een minimum geldt dat de eerste afgeleide 0 moet zijn, en de tweede afgeleide positief.

$$
\begin{aligned}
g(x) &= x^x\\
g(x) &= ln(e^{x^x})\\
g(x) &= e^{ln(x^x}\\
g(x) &= e^{ln(x}e^{ln(x)}\\
g'(x) &= \frac{1}{x}e^{ln(x}\frac{1}{x}e^{ln(x)}\\
g'(x) &= x^x \cdot \frac{1}{x^2}\\
g'(x) &= \frac{x^x}{x^2}\\
g'(x) &= 0\\
\frac{x^x}{x^2} &= 0\\
x^x &= 0\\
kn &
\end{aligned}
$$

Er is geen minumum, of de afgeleide is fout. Het tweede is waarschijnlijker, met het schetsen van de grafiek zal het minimum waarschijnlijk op (1,1) liggen. Bij x¡1 komt uit x^x altijd een getal groter dan x, bij $x > 1$ ook. Alleen bij $x = 1$ komt er 1 uit.